

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тамбовский государственный университет имени Г.Р. Державина»  
Институт математики, физики и информационных технологий  
Кафедра функционального анализа

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института



Н. Л. Королева  
«05» июля 2021 г.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

по дисциплине Б1.В.ДВ.03.2 Онлайн-курс "Нечеткие множества"

Направление подготовки/специальность: 01.04.01 - Математика

Профиль/направленность/специализация: Преподавание математики и информатики

Уровень высшего образования: магистратура

Квалификация: Магистр

год набора: 2021

**Автор программы:**

Кандидат физико-математических наук, доцент Плужникова Елена Александровна

Рабочая программа составлена в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 01.04.01 - Математика (уровень магистратуры) (приказ Министерства образования и науки РФ от «10» января 2018 г. № 12).

Рабочая программа принята на заседании Кафедры функционального анализа «18» мая 2021 г. Протокол № 9

Рассмотрена и одобрена на заседании Ученого совета Института математики, физики и информационных технологий, Протокол от «05» июля 2021 г. № 5.

## СОДЕРЖАНИЕ

|   |    |
|---|----|
| 1. Цели и задачи дисциплины.....  | 4  |
| 2. Место дисциплины в структуре ОП Магистра.....  | 5  |
| 3. Объем и содержание дисциплины.....   | 5  |
| 4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства.....  | 12 |
| 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля).....   | 16 |
| 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины.....   | 17 |
| 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы..... | 18 |

## 1. Цели и задачи дисциплины

1.1 Цель дисциплины – формирование компетенций:

ПК-1 Способен к самостоятельной научно-исследовательской работе

ПК-4 Способен к проведению методических и экспертных работ в области математики

1.2 Типы задач профессиональной деятельности, к которым готовятся обучающиеся в рамках освоения дисциплины:

- научно-исследовательский
- педагогический

1.3 Дисциплина ориентирована на подготовку обучающихся к профессиональной деятельности в сферах: 01 Образование и наука (в сфере общего образования, профессионального и дополнительного образования; в сфере научных исследований), 40 Сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сфере научно-исследовательских и опытноконструкторских разработок)

1.4 В результате освоения дисциплины у обучающихся должны быть сформированы:

| Обобщенные трудовые функции / трудовые функции / трудовые или профессиональные действия (при наличии профстандарта) | Код и наименование компетенции ФГОС ВО, необходимой для формирования трудового или профессионального действия | Индикаторы достижения компетенций  |
|---|---|--|
|   | ПК-1 Способен к самостоятельной научно-исследовательской работе   | Организует свою научно-исследовательскую работу; определяет методы и средства научных исследований для решения конкретных задач в своей предметной области |
|   | ПК-4 Способен к проведению методических и экспертных работ в области математики                               | Свободно оперирует математическими понятиями и категориями   |

1.5 Согласование междисциплинарных связей дисциплин, обеспечивающих освоение компетенций:

ПК-1 Способен к самостоятельной научно-исследовательской работе

| № п/п | Наименование дисциплин, определяющих междисциплинарные связи                                  | Форма обучения         |   |   |
|-------|---|------------------------|---|---|
|       |   | Очно-заочная (семестр) |   |   |
|       |   | 3                      | 4 | 5 |
| 1     | Избранные вопросы алгебры и теории чисел  |                        | + |   |
| 2     | Научно-исследовательская работа   |                        |   | + |
| 3     | Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) | +                      |   |   |

|   |   |   |   |  |
|---|---|---|---|--|
| 4 | Онлайн-курс<br>"Создание студии<br>науки, технологии и<br>творчества в школе" | + |   |  |
| 5 | Решение<br>нестандартных задач<br>и задач углубленного<br>изучения математики |   | + |  |
| 6 | Специальные темы<br>олимпиадной<br>математики                                 | + |   |  |
| 7 | Экстремальные<br>задачи в геометрии и<br>анализе                              | + |   |  |

ПК-4 Способен к проведению методических и экспертных работ в области математики

| №<br>п/п | Наименование<br>дисциплин,<br>определяющих<br>междисциплинарные<br>связи               | Форма<br>обучения         |   |   |   |
|----------|--|---------------------------|---|---|---|
|          |  | Очно-заочная<br>(семестр) |   |   |   |
|          |  | 1                         | 3 | 4 | 5 |
| 1        | Избранные вопросы<br>алгебры и теории<br>чисел   |                           |   | + |   |
| 2        | Методика<br>преподавания<br>математики при<br>организации<br>профильного<br>обучения   | +                         |   |   |   |
| 3        | Научно-педагогичес<br>кая практика   |                           |   | + |   |
| 4        | Онлайн-курс<br>"Современные<br>образовательные<br>технологии: новые<br>медиа в классе" |                           | + |   |   |
| 5        | Преддипломная<br>практика  |                           |   |   | + |
| 6        | Решение<br>нестандартных задач<br>и задач углубленного<br>изучения математики          |                           |   | + |   |
| 7        | Теория чисел в<br>средней школе  |                           | + |   |   |

## 2. Место дисциплины в структуре ОП магистратуры:

Дисциплина «Онлайн-курс "Нечеткие множества"» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана ОП по направлению подготовки 01.04.01 - Математика.

Дисциплина «Онлайн-курс "Нечеткие множества"» изучается в 4 семестре.

## 3. Объем и содержание дисциплины

3.1. Объем дисциплины: 2 з.е.

Очно-заочная: 2 з.е.

| Вид учебной работы                   | Очно-заочная<br>(всего часов) |
|--------------------------------------|-------------------------------|
| <b>Общая трудоёмкость дисциплины</b> | <b>72</b>                     |
| Контактная работа                    | 10                            |
| Лекции (Лекции)                      | 4                             |
| Практические (Практ. раб.)           | 6                             |
| Самостоятельная работа (СР)          | 62                            |
| Зачет                                | -                             |

## 3.2.Содержание курса:

| №<br>темы | Название<br>раздела/темы  | Вид учебной<br>работы, час. |                    |     | Формы текущего<br>контроля                         |
|-----------|---|-----------------------------|--------------------|-----|--|
|           |   | Лек<br>ции                  | Пра<br>кт.<br>раб. | СР  |  |
|           |   | О-3                         | О-3                | О-3 |  |
| 4 семестр |   |                             |                    |     |  |
| 1         | Основные понятия<br>теории нечётких<br>множеств.  | 1                           | 2                  | 16  | Другие формы<br>контроля;<br>Контрольная<br>работа |
| 2         | Операции над<br>нечёткими<br>множествами.   | 1                           | 1                  | 16  | Другие формы<br>контроля                           |
| 3         | Классификация<br>нечетких<br>множеств.<br>Функция<br>принадлежности.<br>Нечеткие числа и<br>операции над ними | 1                           | 1                  | 14  | Другие формы<br>контроля                           |
| 4         | Основы нечёткой<br>логики.  | 1                           | 2                  | 16  | Другие формы<br>контроля;<br>Контрольная<br>работа |

**Тема 1. Основные понятия теории нечётких множеств.****(ПК-1)****Лекция.**

Определение нечёткого множества. Основные характеристики нечётких множеств. Нечеткие множества как способы формализации нечеткости.

**Практическое занятие.**

1. Пусть  $U = \{\text{понедельник, вторник, среда, четверг, пятница, суббота, воскресенье}\}$ . Выступая в роли эксперта запишите в форме (1.2) следующие нечеткие множества:  $A$  — начало недели,  $B$  — середина недели,  $C$  — конец недели,  $D$  — не начало, но и не конец недели. Есть ли среди определенных вами функций принадлежности унимодальные?
2. Пусть  $U = \{0, 1, 2, \dots, 120\}$  — возможный возраст человека. Выступая в роли эксперта, постройте графики функций принадлежности следующих нечетких множеств:  $A$  — молодой,  $B$  — старый,  $C$  — очень молодой,  $D$  — не старый. Запишите эти множества в форме (1.3). Сравните полученные вами графики с графиками ваших коллег. Если есть различия, попытайтесь объяснить причины этих различий.
3. Игра состоит в двукратном подкидывании игрального кубика. На каждую сумму  $s$  выпавших очков (от  $s = 2$  до  $s = 12$ ) делается ставка, причем сумма всех ставок не превышает 100 усл. ед. Запишите свои ставки на каждое значение  $s$ .  
Совпадают ли сделанные вами ставки с вероятностями (в процентах) выпадения соответствующих сумм?  
Рассматривая сделанные вами ставки как функцию принадлежности нечеткого множества  $B$  = ожидаемая сумма выпавших очков при двукратном подбрасывании игральной кости, выполните следующие задания:
  - 1) нормируйте множество  $B$ ;
  - 2) запишите  $B$  в форме (1.2);
  - 3) запишите несущее множество;
  - 4) запишите в виде таблицы ряд распределения вероятностей случайной величины  $s$ , дополнив его строкой нормированной функции принадлежности.
 Можно ли рассматривать вероятности  $p(s)$  как функцию принадлежности  $\mu_B(s)$  нечеткому множеству  $B$ ? Можно ли, наоборот, рассматривать  $\mu_B(s)$  как вероятности соответствующих значений  $s$ ? Обоснуйте свое суждение.

### Задания для самостоятельной работы.

- 1 Сформулируйте понятие нечеткого множества и сравните его с понятием обычного множества.
- 2 Что такое носитель нечеткого множества?
- 3 Дайте определение точки перехода, унимодальной функции принадлежности, нормального и субнормального нечеткого множества.
- 4 Сформулируйте понятие множества уровня и запишите формулу разложения нечеткого множества по множествам уровня.
- 5 Приведите пример нечеткого множества с дискретным и непрерывным носителем.
- 6 Сформулируйте аксиомы меры нечеткости.
- 7 Дайте определение обычного множества, ближайшего к нечеткому.
- 8 Запишите формулу расстояния между двумя произвольными множествами по Хеммингу и Евклиду для дискретного и непрерывного носителя.

### Лекция.

Множества и отношения. Нечеткие отношения. Основные определения. Операции над нечеткими отношениями. Операции пересечения, объединения и разности нечётких множеств. Альтернативные операции пересечения и объединения нечётких множеств. Свойства нечетких отношений. Некоторые дополнительные операции над нечёткими множествами. Транзитивное замыкание нечетких отношений. Проекция нечетких отношений. Равенство и доминирование нечётких множеств. Нечёткие операторы.

### Практическое занятие.

4. Пусть  $U$  — множество дисциплин, изучаемых в текущем семестре. Присвойте номер каждой дисциплине  $i$ , выступая в роли эксперта, запишите нечеткие множества:

$A$  — мне нравится эта дисциплина;

$B$  — я не понимаю эту дисциплину;

$C$  — мне не нравится эта дисциплина;

$D$  — я хотел бы изучать эту дисциплину глубже.

Представьте разложения каждого из нечетких множеств по множествам уровня.

5.  $U = R \cup \{0\}$  — множество неотрицательных действительных чисел. Заданы функции принадлежности нечетких множеств:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq x \leq 5; \\ 0, & \text{если } x > 5; \end{cases}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} e^{-\frac{x-5}{5}}, & \text{если } 5 \leq x \leq 10; \\ 0, & \text{если } 0 \leq x < 5 \text{ или } x > 10; \end{cases}$$

$$\mu_C(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } 0 \leq x < a_1; \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1}, & \text{если } a_1 \leq x \leq a_2; \\ 1, & \text{если } x > a_2; \end{cases} \quad \mu_D(x) = \frac{1}{1+2x^2}, \quad 0 \leq x < \infty.$$

Для каждого нечеткого множества требуется:

- 1) построить график функции принадлежности;
  - 2) записать разложение по множествам уровня;
  - 3) записать приближенное дискретное разложение, разбив отрезок  $[0, 1]$  на пять частей.
6. Пусть  $U$  — цены автомобилей,  $4 \leq u \leq 5000$  (усл. ед.).
- 1) выступая в роли эксперта, постройте графики функций принадлежности следующих нечетких множеств:
    - $A$  — цены автомобилей для среднего класса,
    - $B$  — цены автомобилей для богатых людей,
    - $C$  — цены автомобилей для небогатых людей;

### Задания для самостоятельной работы.

- 1 Что называют заострением нечеткого множества? Запишите операции растяжения и концентрации.
- 2 Дайте определение подмножества нечеткого множества.



- 3 Сформулируйте определения основных операций над нечеткими множествами и проведите их сравнение с аналогичными операциями для четких множеств. Чем они различаются? В чем их сходство? Можно ли назвать операции над канторовскими множествами частным случаем соответствующих операций над нечеткими?
- 4 Единственны ли определения операций дополнения, пересечения и объединения?
- 5 Сравните свойства операций над обычными и нечеткими множествами. Какие важнейшие логические законы не выполнимы над нечеткими множествами?
- 6 Дайте определение Т-нормы и Т-конормы. Для чего введены эти понятия?
- 7 Если в качестве операций дополнения, пересечения и объединения взять другие определенные Т-нормы и Т-конормы, можно ли утверждать, что все свойства операций над нечеткими множествами сохраняются?
- 8 Как определяют операции умножения нечетких множеств, возведения в целую неотрицательную степень, умножения на число?
- 9 Дайте определение оператора нечеткости. Для чего применяют этот оператор? Каковы границы его применимости?

### **Тема 3. Классификация нечетких множеств. Функция принадлежности. Нечеткие числа и операции над ними (ПК-1)**

#### **Лекция.**

Классы нечетких множеств. Задачи нечеткой классификации. Порядки и слабые порядки. Задачи нечеткого упорядочения

Показатель размытости нечетких множеств. Аксиоматический подход к определению показателя размытости нечеткого множества. Связь показателя размытости с алгебраическими свойствами решетки нечетких множеств. Метрический подход к определению показателя размытости нечетких множеств. Нечеткие меры и интегралы. Применение нечетких мер и интегралов для решения слабо структурированных задач. Экспериментальное определение нечеткой меры.

Методы построения функции принадлежности. Обзор основных методов. Классификация. Типы шкал. Методы измерений. Методы проведения групповой экспертизы. Классификация методов построения функции принадлежности. Способ вычисления частичной принадлежности друг другу строгих множеств. Методы построения терм-множеств.

Нечеткие числа и операции над ними. Основные определения. Четкие арифметики нечетких треугольных чисел. Размытые арифметики нечетких треугольных чисел.

#### **Практическое занятие.**

1. Даны нечеткие числа:  $a = \text{«немного больше 3»}$  и  $b = \text{«примерно 3»}$ , если  $A = 1/4 + 0,5/5 + 0,2/6$  и  $B = 0,3/1 + 0,8/2 + 1/3 + 0,8/4 + 0,3/5$ .

Выполнить арифметические операции и сравнить нечеткие числа с дискретными носителями.

2. Пусть  $U = \{0, 1, 2, \dots, 25\}$  является носителем следующих нечетких чисел:

$a$  = «в городе  $N$  проезд на метро стоит приблизительно 8 руб.»;

$b$  = «проезд на маршрутке в этом городе стоит не менее 15 руб.»;

$c$  = «мне надо проехать на метро раз пять»;

$d$  = «мне надо проехать на маршрутке по крайней мере раз три».

Требуется:

- 1) выступая в роли эксперта, запишите нечеткие числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $d$  в форме объединения точечных нечетких множеств;
- 2) найти  $x$  = «примерная сумма расходов на транспорт в городе  $N$ »;
- 3) разложить нечеткие числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $x$  по множествам  $\alpha$ -уровня, если  $\alpha \in \{0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1\}$ ;
- 4) построить графики функций принадлежности чисел  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  и  $x$ .

3. Пусть  $a$  = «немного больше 3» и  $b$  = «примерно 5», причем

$$A = \int_{x \in (3,6]} \frac{6-x}{3} / x; \quad B = \int_{x \in [3,5]} \frac{x-3}{2} / x + \int_{x \in (5,7]} \frac{7-x}{2} / x.$$

Требуется:

- 1) разложить нечеткие числа  $a$  и  $b$  по множествам  $\alpha$ -уровня, если  $\alpha \in \{0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1\}$ ;
  - 2) построить график функций принадлежности этих чисел, используя полученные разложения;
  - 3) записать функции принадлежности и построить их графики для чисел  $a + b$ ,  $a - b$ ,  $a \cdot b$ ,  $a : b$ ;
  - 4) сравнить числа  $a$  и  $b$ .
4. Доказать, что нечеткие числа  $a$  и  $b$  являются числами  $(L-R)$ -типа, если

$$A = \int_{x \in [0,4]} \frac{x}{4} / x + \int_{x \in (4,6]} \frac{6-x}{2} / x; \quad B = \int_{x \in [3,5]} \frac{x-3}{2} / x + \int_{x \in (5,10]} \frac{10-x}{5} / x.$$

Выполнить над  $a$  и  $b$  все арифметические операции и сравнить эти числа.

### Задания для самостоятельной работы.

- 1 Сформулируйте понятие нечеткого числа.
- 2 Какие нечеткие числа называют нормальными, унимодальными и выпуклыми? Сравните определения с соответствующими определениями нечетких множеств. В чем сходство и в чем различие?
- 3 Дайте определения алгебраических операций над нечеткими числами.

- 4 Что называют нечетким минимумом и максимумом нечетких чисел? Как сравнить два нечетких числа?
- 5 Как определяются отношения «равенство» и «нечеткое равенство» для нечетких чисел? Какие нечеткие числа называют приближенно равными? В чем различие понятий равенства для обычных и нечетких чисел?
- 6 Приведите примеры треугольных и трапециевидных чисел.
- 7 Сформулируйте принцип обобщения для нечетких множеств. Охарактеризуйте границы его применимости и практическую значимость.

#### Тема 4. Основы нечёткой логики. (ПК-4)

##### Лекция.

Нечеткая логика. Операции отрицания. Операции конъюнкции и дизъюнкции.

Лингвистическая нечеткая логика. Понятие лингвистической переменной. Лингвистические переменные истинности. Логические связки в нечеткой лингвистической логике. Значения истинности НЕИЗВЕСТНО и НЕ ОПРЕДЕЛЕНО.

##### Практическое занятие.

1. Функции нечетких булевых переменных заданы формулами:

$$f_1(x_1, x_2, x_3) = x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1 x_3}, \quad f_2(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_1 x_3},$$

$$f_3(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1 x_3} \vee \overline{x_1 x_3}, \quad f_4(x_1, x_2, x_3) = \overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_1 x_2 x_3}$$

Требуется:

- 1) упростить формулы;
- 2) найти значения функций, если  $x_1 = 0,4$ ,  $x_2 = 0,4$ ,  $x_3 = 0,9$ .

2. Функции нечетких булевых переменных заданы формулами:

$$f_1(x_1, x_2, x_3) = x_2 \vee \overline{x_1} \vee x_2 \overline{x_1}, \quad f_2(x_1, x_2, x_3) = x_1 \overline{x_1} \vee x_2 \overline{x_2},$$

$$f_3(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 \vee \overline{x_1 x_2}, \quad f_4(x_1, x_2, x_3) = x_1 \overline{x_1 x_2 \overline{x_2}},$$

$$f_5(x_1, x_2) = x_1 \overline{x_1} \overline{x_2} \vee x_2.$$

Требуется:

- 1) упростить формулы (если это возможно);
- 2) построить таблицы значений функций;
- 3) записать множества истинности предикатов  $f_i \in [0,4; 0,8)$ ,  $i = 1,2,3,4,5$  дать их геометрическую интерпретацию;
- 4) построить схемы реализации каждой функции, если  $x_1 \in [0,2; 0,5)$ ,  $x_2 \in [0,5; 0,9)$ .

##### Задания для самостоятельной работы.

1. Дайте определение лингвистической переменной.
2. Приведите примеры лингвистических переменных из различных областей науки.
3. Дайте понятие булевой переменной, формулы булевой алгебры, основных операций над булевыми переменными.
4. Дайте понятие нечеткой булевой переменной.
5. Что называют функцией нечетких булевых переменных?
6. Какие функции нечетких булевых переменных называют аналитическими?
7. Дайте понятие лингвистических переменных «истина» и «ложь». Приведите примеры функций принадлежности этих переменных

#### **4. Контроль знаний обучающихся и типовые оценочные средства**

##### **4.1. Распределение баллов:**

Балльно-рейтинговые мероприятия не предусмотрены

##### **4.2 Типовые оценочные средства текущего контроля**

#### **Другие формы контроля**

Тема 1. Основные понятия теории нечётких множеств.

Задания для практического занятия

Тема 2. Операции над нечёткими множествами.

Задания для проведения практического занятия

Тема 3. Классификация нечетких множеств. Функция принадлежности. Нечеткие числа и операции над ними

Задания для проведения практического занятия

Тема 4. Основы нечёткой логики.

задания для проведения практического занятия

#### **Контрольная работа**

Тема 1. Основные понятия теории нечётких множеств.

Задания контрольной работы

Тема 4. Основы нечёткой логики.

Задания для проведения контрольной работы

##### **4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета**

#### **Типовые вопросы зачета (ПК-1, ПК-4)**

##### **Вопросы для зачета**

- 1 Определение нечёткого множества. Основные характеристики нечётких множеств.
- 2 Основные типы функций принадлежности: кусочно-линейные функции принадлежности, Z-образные и S-образные функции принадлежности, П-образные функции принадлежности.
- 3 Некоторые рекомендации по построению функций принадлежности: прямые методы построения функций принадлежности, косвенные методы построения функций принадлежности.
- 4 Равенство и доминирование нечётких множеств.
- 5 Операции пересечения, объединения и разности нечётких множеств.
- 6 Альтернативные операции пересечения и объединения нечётких множеств.
- 7 Нечёткие операторы. Некоторые дополнительные операции над нечёткими множествами.
- 8 Нечёткое отношение и способы его задания. Способы задания нечётких отношений.
- 9 Основные характеристики нечётких отношений. Операции над нечёткими отношениями.
- 10 Композиция бинарных нечётких отношений. Нечёткое отображение.
- 11 Принцип обобщения в теории нечётких множеств. Свойства бинарных нечётких отношений, заданных на одном универсуме.

- 12 Операция транзитивного замыкания бинарного нечёткого отношения. Некоторые специальные виды бинарных отношений, заданных на одном базисном множестве.
- 13 Определения нечёткой и лингвистической переменных. Нечёткие величины, числа и интервалы. Операции над нечёткими числами и интервалами.
- 14 Нечёткие числа и интервалы в форме (R-L)-функций. Операции над нечёткими числами и интервалами (R-L)-типа.
- 15 Треугольные нечёткие числа и трапециевидные нечёткие интервалы. Операции над треугольными нечёткими числами и трапециевидными интервалами.
- 16 Понятие нечёткого высказывания и нечёткого предиката. Нечёткие предикаты.
- 17 Основные логические операции над нечёткими высказываниями: отрицание, конъюнкция и дизъюнкция нечётких высказываний. Нечёткая импликация. Нечёткая эквивалентность.
- 18 Правила нечётких продукций. Прямой и обратный методы вывода заключений
- 19 Базовая структура систем нечёткого вывода.
- 20 Нечёткие лингвистические высказывания. Правила нечётких продукций в системах нечёткого вывода.
- 21 Алгоритм вывода в системах нечёткого вывода. Основные этапы нечёткого вывода: формирование базы правил систем нечёткого вывода, фаззификация, агрегирование, активизация, аккумуляция, дефаззификация.

#### **Типовые задания для зачета (ПК-1, ПК-4)**

#### **Типовые задания контрольных работ**

#### **Контрольная №1**

1. По заданной функции принадлежности нечёткого отношения

$$\mu_R(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & 0,3 & 0,7 \\ 0,1 & 0,2 & 0 \\ 0,4 & 0 & 0,8 \end{pmatrix}$$

Найти его носитель и множество уровня  $\alpha = 0,4$ .

2. Найдите функцию принадлежности объединения нечётких отношений, если

$$\mu_A(x, y) = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0 & 0,4 & 0,6 \\ 0,7 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } \mu_B(x, y) = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,5 & 0 \\ 0,7 & 1 & 0,5 \\ 0 & 0,4 & 0,8 \end{pmatrix}.$$

3. Найдите функцию принадлежности объединения нечётких отношений, если

$$\mu_A(x, y) = \begin{pmatrix} 1 & 0,8 & 0,4 \\ 0,2 & 0,3 & 0,7 \\ 0,6 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } \mu_B(x, y) = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,5 & 0 \\ 0 & 1 & 0,3 \\ 1 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Найдите дополнение отношения, заданного функцией принадлежности

$$\mu_R = \begin{pmatrix} 0,5 & 1 \\ 0 & 0,7 \end{pmatrix}.$$

5. Найдите обратное отношение к отношению, заданному функцией принадлежности  $\mu_R = \begin{pmatrix} 0,4 & 1 \\ 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}$ .

6. Найдите максиминную композицию нечётких отношений, если их функции принадлежности заданы следующим образом:

$$\mu_A(x, y) = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0 & 0,4 & 0,6 \\ 0,7 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } \mu_B(x, y) = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,5 & 0 \\ 0,7 & 1 & 0,5 \\ 0 & 0,4 & 0,8 \end{pmatrix}.$$

7. Найдите минимаксную композицию нечётких отношений, если их функции принадлежности заданы следующим образом:

$$\mu_A(x, y) = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0 & 0,4 & 0,6 \\ 0,7 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ и } \mu_B(x, y) = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,5 & 0 \\ 0,7 & 1 & 0,5 \\ 0 & 0,4 & 0,8 \end{pmatrix}.$$

8. Найдите максимultiпликативную композицию нечётких отношений, если их функции принадлежности заданы следующим образом:

$$\mu_A(x, y) = \begin{pmatrix} 0,34 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 1 & 0 \\ 0,6 & 1 & 0,8 \end{pmatrix} \text{ и } \mu_B(x, y) = \begin{pmatrix} 1 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0,1 \\ 0,6 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}.$$

9. Найдите первую и вторую проекции нечёткого отношения, функция принадлежности которого имеет вид

$$\mu_A(x, y) = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 0,6 & 0,8 \\ 0,4 & 1 & 0,2 \end{pmatrix}.$$

10. Найдите декартово произведение первой и второй проекций нечёткого отношения, функция принадлежности которого имеет вид

$$\mu_A(x, y) = \begin{pmatrix} 0,5 & 0 & 0,3 \\ 0,1 & 0,6 & 0,8 \\ 0,4 & 1 & 0,2 \end{pmatrix}.$$

1. Докажите, что в случае сильной линейности нечёткого отношения предпочтения на множестве  $X$  для любой чётко недоминируемой альтернативы  $x$  равенство  $\mu_R(x, y) = 1$  выполняется для любой другой альтернативы  $y \in X$ .
2. Докажите, что в случае сильной линейности нечёткого отношения предпочтения на множестве  $X$  для любой альтернативы  $y$  из множества чётко недоминируемых альтернатив условие  $\mu_R^l(x, y) > 0$  выполняется для любой другой альтернативы  $x \in X$ .
3. Покажите, что если  $(x_0, y_0)$  и  $(x_1, y_1)$  - две седловые точки функции  $\varphi(x, y)$ , то  $(x_0, y_1)$  и  $(x_1, y_0)$  также являются седловыми точками этой функции, причём
 
$$\varphi(x_0, y_1) = \varphi(x_0, y_0) = \varphi(x_1, y_1) = \varphi(x_1, y_0).$$
4. Докажите, что если  $x$  является чётко недоминируемой альтернативой на множестве  $(X, \mu_R)$ , то пара  $(x, x)$  представляет собой седловую точку функции  $\varphi(x, y) = \mu_R(x, y) - \mu_R(y, x)$ .
5. Определите чётко недоминируемые альтернативы на множестве  $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ , если на нём задана следующая матрица принадлежности  $\mu_R(x, y)$  транзитивного нечёткого отношения предпочтения  $R$ :

$$\mu_R(x, y) = \begin{pmatrix} 1 & 0,6 & 0,7 & 0,4 \\ 0,2 & 1 & 0,3 & 0,3 \\ 0,3 & 0,7 & 1 & 0 \\ 0,7 & 0,8 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}.$$

6. Каким образом следует изменить матрицу принадлежности  $\mu_R(x, y)$  транзитивного нечёткого отношения предпочтения  $R$  в предыдущем примере, чтобы на множестве  $X$  существовало подмножество чётко недоминируемых альтернатив  $\{x_1, x_4\}$ ?
7. Методом многокритериальной оценки альтернатив решите задачу выбора старосты группы, если наиболее подходящими кандидатами вам представляются:  $x_1$  – отличник учёбы,  $x_2$  – способный организатор,  $x_3$  – хороший спортсмен, пользующийся авторитетом студентов.  
В качестве равнозначных критериев оценки кандидатов выберите:  $c_1$  – успеваемость,  $c_2$  – учебную дисциплину,  $c_3$  – организаторские способности,  $c_4$  – уважение студентов.  
Путём экспертной оценки кандидатам выставлены следующие оценки по каждому критерию соответственно:  $x_1$  – 1; 0,9; 0,6; 0,5;  $x_2$  – 0,7; 0,7; 0,9; 0,6;  $x_3$  – 0,6; 0,8; 0,8; 0,9.
8. Решите предыдущую задачу в предположении неравнозначности критериев оценки, выбрав самостоятельно их значимость. Для упрощения задачи объедините критерии  $c_1$  и  $c_2$ , рассматривая их как единый критерий.

#### 4.4. Шкала оценивания промежуточной аттестации

| Оценка | Компетенции | Дескрипторы (уровни) – основные признаки освоения (показатели достижения результата) |
|--------|-------------|--|
|--------|-------------|--|

|              |      |   |
|--------------|------|---|
| «зачтено»    | ПК-1 | Способен организовать свою научно-исследовательскую работу;определять методы и средства научных исследований для решения конкретных задач в своей предметной области    |
|              | ПК-4 | Свободно оперирует математическими понятиями и категориями  |
| «не зачтено» | ПК-1 | Не способен организовать свою научно-исследовательскую работу;определять методы и средства научных исследований для решения конкретных задач в своей предметной области |
|              | ПК-4 | Не может вободно оперировать математическими понятиями и категориями  |

## 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

### 5.1 Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Приступая к изучению дисциплины, в первую очередь обучающимся необходимо ознакомиться содержанием рабочей программы дисциплины (РПД), которая определяет содержание, объем, а также порядок изучения и преподавания учебной дисциплины, ее раздела, части.

Для самостоятельной работы важное значение имеют разделы «Объем и содержание дисциплины», «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» и «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы».

В разделе «Объем и содержание дисциплины» указываются все разделы и темы изучаемой дисциплины, а также виды занятий и планируемый объем в академических часах.

В разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины» указана рекомендуемая основная и дополнительная литература.

В разделе «Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы» содержится перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения дисциплины.

### 5.2 Рекомендации обучающимся по работе с теоретическими материалами по дисциплине

При изучении и проработке теоретического материала необходимо:

- просмотреть еще раз презентацию лекции в системе MOODLe, повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной дополнительной литературы;
- при самостоятельном изучении теоретической темы сделать конспект, используя рекомендованные в РПД источники, профессиональные базы данных и информационные справочные системы;
- ответить на вопросы для самостоятельной работы, по теме представленные в пункте 3.2 РПД.
- при подготовке к текущему контролю использовать материалы фонда оценочных средств (ФОС).

### 5.3 Рекомендации по работе с научной и учебной литературой

Работа с основной и дополнительной литературой является главной формой самостоятельной работы и необходима при подготовке к устному опросу на семинарских занятиях, к дебатам, тестированию, экзамену. Она включает проработку лекционного материала и рекомендованных источников и литературы по тематике лекций.

Конспект лекции должен содержать реферативную запись основных вопросов лекции, в том числе с опорой на размещенные в системе MOODLe презентации, основных источников и литературы по темам, выводы по каждому вопросу. Конспект может быть выполнен в рамках распечатки выдачи презентаций лекций или в отдельной тетради по предмету. Он должен быть аккуратным, хорошо читаемым, не содержать не относящуюся к теме информацию или рисунки.



Конспекты научной литературы при самостоятельной подготовке к занятиям должны содержать ответы на каждый поставленный в теме вопрос, иметь ссылку на источник информации с обязательным указанием автора, названия и года издания используемой научной литературы. Конспект может быть опорным (содержать лишь основные ключевые позиции), но при этом позволяющим дать полный ответ по вопросу, может быть подробным. Объем конспекта определяется самим студентом.

В процессе работы с основной и дополнительной литературой студент может:

- делать записи по ходу чтения в виде простого или развернутого плана (создавать перечень основных вопросов, рассмотренных в источнике);
- составлять тезисы (цитирование наиболее важных мест статьи или монографии, короткое изложение основных мыслей автора);
- готовить аннотации (краткое обобщение основных вопросов работы);
- создавать конспекты (развернутые тезисы).

#### 5.4. Рекомендации по подготовке к отдельным заданиям текущего контроля

Собеседование предполагает организацию беседы преподавателя со студентами по вопросам практического занятия с целью более обстоятельного выявления их знаний по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. Все члены группы могут участвовать в обсуждении, добавлять информацию, дискутировать, задавать вопросы и т.д.

Устный опрос может применяться в различных формах: фронтальный, индивидуальный, комбинированный. Основные качества устного ответа подлежащего оценке:

- правильность ответа по содержанию;
- полнота и глубина ответа;
- сознательность ответа;
- логика изложения материала;
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи;
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе;
- использование дополнительного материала;
- рациональность использования времени, отведенного на задание.

Устный опрос может сопровождаться презентацией, которая подготавливается по одному из вопросов практического занятия. При выступлении с презентацией необходимо обращать внимание на такие моменты как:

- содержание презентации: актуальность темы, полнота ее раскрытия, смысловое содержание, соответствие заявленной темы содержанию, соответствие методическим требованиям (цели, ссылки на ресурсы, соответствие содержания и литературы), практическая направленность, соответствие содержания заявленной форме, адекватность использования технических средств учебным задачам, последовательность и логичность презентуемого материала;
- оформление презентации: объем (оптимальное количество), дизайн (читаемость, наличие и соответствие графики и анимации, звуковое оформление, структурирование информации, соответствие заявленным требованиям), оригинальность оформления, эстетика, использование возможности программной среды, соответствие стандартам оформления;
- личностные качества: ораторские способности, соблюдение регламента, эмоциональность, умение ответить на вопросы, систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам программы;
- содержание выступления: логичность изложения материала, раскрытие темы, доступность изложения, эффективность применения средств ИКТ, способы и условия достижения результативности и эффективности для выполнения задач своей профессиональной или учебной деятельности, доказательность принимаемых решений, умение аргументировать свои заключения, выводы.

## 6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 6.1 Основная литература:

1. Назаров Д. М., Конышева Л. К. Интеллектуальные системы: основы теории нечетких множеств : Учебное пособие для вузов. - испр. и доп; 3-е изд.. - Москва: Юрайт, 2021. - 186 с. - Текст : электронный // ЭБС «ЮРАЙТ» [сайт]. - URL: <https://urait.ru/bcode/472319>
2. Яхьяева Г. Э. Основы теории нечетких множеств : курс лекций (лекция). - 2-е изд., исправ.. - Москва: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. - 187 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=578106>

## 6.2 Дополнительная литература:

1. Яхьяева, Г. Э. Нечеткие множества и нейронные сети : учебное пособие. - 2022-07-28; Нечеткие множества и нейронные сети. - Москва: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), Ай Пи Ар Медиа, 2020. - 315 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/97552.html>
2. Блюмин, С. Л., Жбанова, Н. Ю. Автоматы и сети Петри : учебное пособие. - Весь срок охраны авторского права; Автоматы и сети Петри. - Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. - 83 с. - Текст : электронный // IPR BOOKS [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/17722.html>
3. Новиков П. С. Элементы математической логики. - Изд. 2-е, испр.. - Москва: Наука, 1973. - 399 с. - Текст : электронный // ЭБС «Университетская библиотека онлайн» [сайт]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450500>

## 6.3 Иные источники:

1. Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ» - <http://www.intuit.ru/>
2. Базовые и прикладные информационные технологии - <http://znanium.com/go.php?id=428860>
3. Библиотека научной и учебной литературы - <http://sbiblio.com>
4. Единое окно доступа к образовательным интернет-ресурсам Федерального портала «Российское образование» - [http://window.edu.ru/catalog/?p\\_rubr=2.1.21%2F](http://window.edu.ru/catalog/?p_rubr=2.1.21%2F)
5. Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов (ЦОР): Русский язык - <http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/8f5d7210-86a6-11da-a72b-0800200c9a66/15577/?/>
6. Консультант студента: электронно-библиотечная система - <http://www.studentlibrary.ru>
7. Образовательный портал "Учёба" - [www.Ucheba.com](http://www.Ucheba.com)
8. Образовательный портал для студентов – <http://www.alleng.ru> - <http://www.alleng.ru>
9. Общероссийский математический портал - <http://www.MathNet.Ru>
10. Портал "Цифровое образование" <http://digital-edu.ru/fcior/139/> - <http://digital-edu.ru/fcior/139/>
11. Российская национальная библиотека - <http://www.nlr.ru/>
12. Университетская библиотека онлайн: электронно-библиотечная система - <http://www.biblioclub.ru>

## 7. Материально-техническое обеспечение дисциплины, программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение: учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории и помещения для самостоятельной работы укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы укомплектованы компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду Университета.

Для проведения занятий лекционного типа используются наборы демонстрационного оборудования, обеспечивающие тематические иллюстрации (проектор, ноутбук, экран/ интерактивная доска).

Профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Электронный каталог Фундаментальной библиотеки ТГУ. – URL: <http://biblio.tsutmb.ru/elektronnyij-katalog>
2. Российская национальная библиотека. – URL: <http://nlr.ru>
3. Федеральное хранилище «Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов». – URL: <http://school-collection.edu.ru>
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» . – URL: <http://www.biblioclub.ru>
5. IPR BOOKS: электронно-библиотечная система. – URL: <http://www.iprbookshop.ru>
6. Тамбовская областная универсальная научная библиотека им. А.С. Пушкина. – URL: <http://www.tambovlib.ru>
7. Электронная библиотека. Образовательная платформа «Юрайт». – URL: <https://biblio-online.ru/book/sud-prisyazhnyh-442275>
8. Университетская библиотека онлайн: электронно-библиотечная система. – URL: <https://biblioclub.ru>
9. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка». – URL: <https://cyberleninka.ru>
10. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru. – URL: <https://elibrary.ru>
11. Электронная библиотека ТГУ. – URL: <https://elibrary.tsutmb.ru/>
12. Государственная информационная система «Национальная электронная библиотека» . – URL: <https://rusneb.ru>
13. Президентская библиотека имени Б.Н. Ельцина. – URL: <https://www.prilib.ru>
14. Электронная библиотека РФФИ. – URL: <https://www.rfbr.ru/rffi/ru/library>

#### **Электронная информационно-образовательная среда**

[https://auth.tsutmb.ru/authorize?response\\_type=code&client\\_id=moodle&state=xyz](https://auth.tsutmb.ru/authorize?response_type=code&client_id=moodle&state=xyz)

Взаимодействие преподавателя и студента в процессе обучения осуществляется посредством мультимедийных, гипертекстовых, сетевых, телекоммуникационных технологий, используемых в электронной информационно-образовательной среде университета.